Zadanie 1. Suma $1-4+7-10+13-16+\ldots+2008-2011$ jest liczbą:
A. ujemną. **B.** dodatnią. **C.** podzielną przez 3. **D.** podzielną przez 5.

Zadanie 2. Liczba $\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{250}$ jest liczbą:
A. wymierną. **B.** niewymierną. **C.** ujemną. **D.** dodatnią.

Zadanie 3. Różnica $1-0,(36)$ jest równa:
A. $0,(63)$. **B.** $0,(64)$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{16}{25}$.

Zadanie 4. Która z liczb jest wymierna?
A. $\sin\frac{13\pi}{4}$. **B.** $\log_2\sqrt[3]{4}$. **C.** $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$. **D.** $16^{-0,25}$.

Zadanie 5. Które ze zdań jest prawdziwe?
A. Suma każdych dwóch liczb niewymiernych jest liczbą wymierną.
B. Suma każdych dwóch liczb wymiernych jest liczbą wymierną.
C. Istnieje liczba wymierna i liczba niewymierna, których iloczyn jest liczbą wymierną.
D. Istnieje liczba wymierna i liczba niewymierna, których różnica jest liczbą wymierną.

Zadanie 6. Która z poniższych liczb ma sześć naturalnych dzielników?
A. 12. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 32.

Zadanie 7. Liczba $\log_3 2$ jest liczbą:
A. ujemną. **B.** dodatnią. **C.** większą od 1. **D.** wymierną.

Zadanie 8. Która z liczb jest podzielna przez 7?
A. $\binom{100}{4}$. **B.** $8^{100}-1$. **C.** 21706^3+1. **D.** $7^{100}+17$.

Zadanie 9. Dla każdego $n\in\mathbb{N}$ liczba $n(n+1)(n+2)(n+3)$ jest podzielna przez:
A. 12. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 36.

Zadanie 10. Jeśli $x+\frac{1}{x}=7$, to wartość wyrażenia $x^2+\frac{1}{x^2}$ jest:
A. liczbą niewymierną. **B.** liczbą całkowitą.
C. mniejsza od 49. **D.** niewiększa od 49.

Zadanie 11. Liczba $\sqrt{2}$ jest większa od liczby:
A. $\sqrt[3]{3}$. **B.** $\sqrt[4]{4}$. **C.** $\sqrt[5]{5}$. **D.** $\sqrt[6]{6}$.

Zadanie 12. Turyści sądzili, że wejdą na Turbacz w czasie 4 godzin i 40 minut, a okazało się, że weszli w czasie 5 godzin i 20 minut. Błąd względny przy oszacowaniu czasu wejścia wynosi:
A. około 8%. **B.** około 13%. **C.** około 14%. **D.** około 15%.

Zadanie 13. Liczba $|\pi - 3| + |\pi - 4|$ jest:
A. równa 1. **B.** równa 7. **C.** liczbą niewymierną. **D.** liczbą dodatnią.

Zadanie 14. Jeśli a, b, c, d są liczbami dodatnimi takimi, że $3a = 7b$, $5c = 4d$ oraz $2c = 11a$, to prawdziwe są nierówności:
A. $a < b < c < d$. **B.** $d < c < b < a$. **C.** $b < a < c < d$. **D.** $d < c < a < b$.

Zadanie 15. Liczba x jest o 60% większa od z oraz liczba y jest o 25% większa od z. Wtedy liczba x jest większa od liczby y o:
A. 28%. **B.** 35%. **C.** 55%. **D.** 78%.

Zadanie 16. Liczba $17! + 18! + 19!$ dzieli się przez:
A. 18. **B.** 18^2. **C.** 18^3. **D.** 19.

Zadanie 17. Liczba $\sqrt{11 + \sqrt{72}} + \sqrt{11 - \sqrt{72}}$ jest:
A. niewymierna. **B.** dodatnia. **C.** całkowita.
D. pierwiastkiem pewnego równania kwadratowego o współczynnikach całkowitych.

Zadanie 18. Liczba $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$ jest:
A. niewymierna. **B.** całkowita.
C. kwadratem liczby naturalnej. **D.** większa od 7.

Zadanie 19. Wśród każdych 2010 kolejnych liczb całkowitych dodatnich istnieje liczba, która:
A. jest kwadratem liczby naturalnej.
B. jest podzielna przez 2000.
C. ma w zapisie dziesiętnym obok siebie trzy szóstki.
D. jest naturalną potęgą liczby 2.

Zadanie 20. Jeśli $B - A = (2,4)$ i $A \cap B = \langle 4,5 \rangle$, to:
A. $A = (2,5\rangle$. **B.** $B = (2,5\rangle$. **C.** $A = \langle 2,5\rangle$. **D.** $B = \langle 2,5\rangle$.

Zadanie 1. Wiedząc, że $|x-1| \leq 3$ oraz $|y+3| \leq 5$, wyznacz największą i najmniejszą wartość iloczynu xy.

Zadanie 2. Oblicz $\left|\sqrt{13} - 81^{\log_9 x}\right|$, jeśli $2x = \log_5 625$.

Zadanie 3. Oblicz ile razy najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 308 i 264 jest większa od największego wspólnego dzielnika liczb 144, 252, 420?

Zadanie 4. Rozwinięcie dziesiętne liczby $\frac{4}{7}$ ma postać $0, a_1 a_2 a_3 \ldots$. Oblicz sumę

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{2011}.$$

Zadanie 5. Nie korzystając z kalkulatora uzasadnij, że:

$$\sqrt{14} + \sqrt{15} - \sqrt{13} > 4.$$

Zadanie 6. Liczbę pierwszą 2011 zapisano w postaci $a^2 - b^2$, gdzie a i b są liczbami naturalnymi. Oblicz $a^2 + b^2$.

Zadanie 7. Liczbę

$$\frac{2}{9!} + \frac{2}{7! \cdot 3!} + \frac{1}{5! \cdot 5!}$$

przedstaw w postaci $\frac{2^a}{b!}$, gdzie $a, b \in \mathbb{N}$.

Zadanie 8. Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^3 + 5n$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 9. Niech $\log 5 = a$ oraz $\log 3 = b$. Liczbę $\log_{27} 45$ wyraź w zależności od a i b.

Zadanie 10. Uzasadnij, że liczba

$$m = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$$

jest całkowita.

Zadanie 11. Uzasadnij, że dla dowolnych liczb a i b prawdziwa jest nierówność

$$a^2 + b^2 + 4 \geq 2(a + b - ab).$$

Zadanie 1. Który ze zbiorów $A = \langle 1, 2^{2009} \rangle$ czy $B = \langle 2^{2009}, 2^{2010} \rangle$, zawiera więcej liczb całkowitych? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $7^n \cdot 2^{3n} - 3^{2n}$ jest podzielna przez 47.

Zadanie 3. Niech $m = 0,3(6)$ i $n = 0,(36)$.

a) Liczbę $m + n$ zapisz w postaci ułamka zwykłego.

b) Liczbę $m - n$ zapisz w postaci ułamka dziesiętnego okresowego.

Zadanie 4. Niech $\log 2 = a$ oraz $\log 3 = b$. Oblicz $9^{\frac{a+1}{2b}}$.

Zadanie 5. Uzasadnij, że liczba: $M = \dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{4}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{7}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{100}}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 6. Wyznacz wszystkie pary liczb naturalnych, których iloczyn jest równy 2744, a ich największy wspólny dzielnik jest liczbą pierwszą.

Zadanie 7. W pewnej szkole 60% uczniów umie grać w szachy. Wśród uczniów umiejących grać w szachy 30% umie grać w brydża, a wśród uczniów nieumiejących grać w szachy tylko 10% umie grać w brydża. Jaka część uczniów potrafiących grać w brydża umie grać w szachy?

Zadanie 8. Wyznacz liczby A i B spełniające warunek:

$$\left(6^{40} + 6^{-40}\right)\left(6^{20} - 6^{-20}\right) = 9^A 8^B - 9^{-A} 8^{-B}.$$

Zadanie 9. Uporządkuj rosnąco liczby: $\log_2 5$, $\log_3 16$, $\log_4 32$. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 10. Niech $A = \langle 2, 7 \rangle$ oraz niech B oznacza zbiór liczb całkowitych x spełniających nierówność $|x - m| \leq 2$. Zbadaj liczbę elementów zbioru $A \cap B$ w zależności od parametru m.

Zadanie 11. Wyznacz liczby całkowite a, b i c tak, aby była prawdziwa równość:

$$\left(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} - 2\right)\left(a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c\right) = 10.$$

Zadanie 1. Oblicz

$$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt[4]{3}+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+1}.$$

Zadanie 2. Wyznacz p wiedząc, że

$$\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y^3}{x^3}\sqrt{\frac{x^5}{y^5}}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^p.$$

Zadanie 3. Wiadomo, że $\log_7 3 = a$ oraz $\log_7 4 = b$. Wyznacz x w zależności od a i b, jeśli $9^x = 28$.

Zadanie 4. Liczby naturalne a i b spełniają warunek $\frac{5}{31} < \frac{a}{b} < \frac{7}{43}$. Wyznacz najmniejszą możliwą wartość b.

Zadanie 5. Wiedząc, że liczby dodatnie a i b spełniają warunek $a^2 + b^2 = 7ab$, uzasadnij równość

$$\log\frac{a+b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Zadanie 6. Wyznacz te wartości parametru m, dla których równanie

$$|x-m| + |x-7| = 3$$

ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 7. Oblicz $\log_5 20 \cdot \log^2 5 + \log^2 2$.

Zadanie 8. Udowodnij, że suma sześcianów trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 9.

Zadanie 9. Uzasadnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:

$$\sqrt{(x^2+1)^{10}-1} + \sqrt{(x^2+1)^{10}+1} \leq 2\left(x^2+1\right)^5.$$

Zadanie 10. Uzasadnij, że liczba $A = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 11. Liczba 2010 ma 16 dzielników będących liczbami naturalnymi.

a) Ile dzielników naturalnych ma liczba 2010^2?

b) Ile dzielników naturalnych ma liczba 2010^n, gdzie $n \in \mathbb{N}$?