Zadanie 1. Dane są dwa zdarzenia A i B, dla których $P(A) > \frac{1}{2}$ i $P(B) > \frac{1}{2}$. Zdarzenia te mogą być:

A. rozłączne. **B.** przeciwne. **C.** jednakowo prawdopodobne. **D.** równe.

Zadanie 2. Spośród liczb: $\binom{15}{2}, \binom{15}{3}, \binom{15}{11}, \binom{15}{12}$:

A. $\binom{15}{11}$ jest największa. **B.** $\binom{15}{2}$ jest najmniejsza.

C. $\binom{15}{12}, \binom{15}{3}$ są równe. **D.** wszystkie są podzielne przez 13.

Zadanie 3. Dane są dwa zdarzenia $A, B \subset \Omega$ takie, że $P(A) = \dfrac{1}{4}$ i $P(B) = \dfrac{2}{3}$. Wówczas:

A. jest możliwe, że $P(B \setminus A) \leq 0,5$. **B.** jest możliwe, że $P(A \cap B) = 0,3$.

C. $P(B \setminus A) \geq 0,2$. **D.** $P(A \cap B) \leq \frac{1}{3}$.

Zadanie 4. Z cyfr $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ można utworzyć:

A. $7!$ liczb siedmiocyfrowych o nie powtarzających się cyfrach.

B. 7^7 liczb siedmiocyfrowych.

C. 7^6 liczb siedmiocyfrowych podzielnych przez 5.

D. 7 liczb siedmiocyfrowych o wszystkich jednakowych cyfrach.

Zadanie 5. Niech A' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia A. Dla dowolnych zdarzeń A i B zachodzi równość:

A. $P(A) + P(A' \cap B) = P(B) + P(B' \cap A)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) + P(A' \cap B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A' \cap B')$.

D. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Zadanie 6. Zbiorem rozwiązań równania $\binom{n}{3} = \binom{n}{1}$ jest:

A. zbiór pusty. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-1, 4\}$.

Zadanie 7. Wiadomo, że A jest zdarzeniem oraz $\dfrac{P(A)}{P(A')} = 5$. Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe:

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$ lub $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Zadanie 8. W urnie jest 5 kul białych i n czarnych. Losujemy dwie kule. Jakie może być n, aby prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych było większe od $\frac{1}{4}$?

A. $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. **B.** $n = 0$ lub $n = 3$. **C.** $n \geq 6$, $n \in \mathbb{N}$. **D.** $n = 3$.

Zadanie 9. Średnia arytmetyczna pięciu liczb wynosi 10, a najmniejszą z nich jest 5. Największa z tych pięciu liczb jest zawsze zawarta w przedziale:

A. $\langle 5, 10\rangle$. **B.** $\langle 7{,}5, 15\rangle$. **C.** $\langle 11\frac{1}{4}, 30\rangle$. **D.** $\langle 14, 28\rangle$.

Zadanie 10. Spośród punktów o współrzędnych (x, y), gdzie $x \in \{1, 2, 3\}$ i $y \in \{2, 4\}$ losowo wybieramy dwa różne punkty. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wybrane punkty wyznaczą wektor równoległy do osi Ox jest:

A. równe $\frac{2}{5}$. **B.** równe $\frac{1}{2}$. **C.** mniejsze lub równe $\frac{2}{5}$. **D.** większe lub równe $\frac{1}{2}$.

Zadanie 11. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn wyrzuconych oczek będzie mniejszy od 18 jest:

A. równe $\frac{2}{3}$. **B.** większe od $\frac{1}{2}$. **C.** mniejsze od $\frac{3}{4}$. **D.** równe $\frac{13}{18}$.

Zadanie 12. W garderobie stoi n par butów, gdzie $n > 10$. Wybieramy losowo dwa buty. Wówczas prawdopodobieństwo tego, że wylosujemy:

A. dwa buty na tę samą nogę jest równe $\frac{1}{2}$.
B. dwa prawe buty jest mniejsze od $\frac{1}{4}$.
C. buty z jednej pary jest równe $\frac{1}{2n-1}$.
D. dwa lewe buty jest większe od $\frac{1}{4}$.

Zadanie 13. Wiadomo, że średnia arytmetyczna trzech liczb jest równa zero, a ich wariancja 24. Wartość kwadratu sumy tych liczb pomniejszona o podwojone iloczyny tych liczb wynosi:

A. tyle co podwojona wariancja. **B.** tyle co ich średnia arytmetyczna.
C. tyle co potrojona wariancja. **D.** tyle co ich wariancja.

Zadanie 14. Średnia arytmetyczna kwadratów pewnych n liczb wynosi x, zaś kwadrat średniej tych liczb wynosi y. Wariancja tych liczb wynosi:

A. $y - x$. **B.** $x^2 - y^2$. **C.** $(x - y)^2$. **D.** $x - y$.

Zadanie 15. Prawdopodobieństwo, że liczby oczek uzyskane w sześciu kolejnych rzutach kostką tworzą ciąg arytmetyczny jest:

A. większe od 0,0001. **B.** równe $\frac{7}{6^6}$. **C.** równe $\frac{1}{5832}$.
D. równe prawdopodobieństwu, że wyniki sześciokrotnego rzutu kostką tworzą ciąg geometryczny.

Zadanie 16. Ze zbioru cyfr $\{1,3,4,5,6,7,9\}$ wybieramy kolejno bez zwracania trzy cyfry i układamy z nich liczbę, rozpoczynając od cyfry setek. Prawdopodobieństwo ułożenia liczby podzielnej przez 9 jest:

A. równe $\frac{2}{7}$.

B. równe prawdopodobieństwu ułożenia liczby większej od 645.

C. mniejsze od prawdopodobieństwa ułożenia liczby podzielnej przez 3.

D. równe $\frac{4}{35}$.

Zadanie 17. Pierwsza loteria zawiera n losów, gdzie $n \geq 2$. Jeden z nich jest wygrywający. Druga zawiera $2n$ losów, z których dwa są wygrywające. Kupując dwa losy szansa wygrania jest:

A. większa w pierwszej loterii. **B.** większa w drugiej loterii.

C. równa w obu loteriach. **D.** uzależniona od liczby losów w każdej loterii.

Zadanie 18. Z sześciu odcinków o długościach $1,2,3,4,5,6$ wybieramy losowo trzy bez zwracania. Prawdopodobieństwo, że z wylosowanych odcinków można zbudować trójkąt rozwartokątny wynosi:

A. pięć razy więcej niż prawdopodobieństwo, że można zbudować z tych odcinków trójkąt prostokątny.

B. $\frac{1}{4}$.

C. mniej niż prawdopodobieństwo, że można zbudować trójkąt.

D. mniej niż prawdopodobieństwo, że można zbudować trójkąt ostrokątny.

Zadanie 19. W turnieju bierze udział $2n$ drużyn rozdzielonych do dwóch równolicznych grup. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że dwie najsilniejsze drużyny znajdą się w różnych grupach wynosi:

A. $\frac{\binom{2}{1}\binom{2n-2}{n-1}}{\binom{2n}{n}}$. **B.** $\frac{\binom{n}{2}\binom{2n-2}{n}}{\binom{2n}{n}}$. **C.** $\frac{n-1}{2n}$. **D.** $\frac{n}{2n-1}$.

Zadanie 20. Z liczb naturalnych trzycyfrowych wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wybrania liczby będącej sumą kolejnych czterech liczb naturalnych wynosi:

A. tyle co prawdopodobieństwo wybrania liczby, która przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

B. $\frac{1}{4}$.

C. tyle co prawdopodobieństwo wybrania liczby, która przy dzieleniu przez 11 daje resztę 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Zadanie 1. Uzasadnij, że wariancja wszystkich wyrazów dowolnego skończonego ciągu liczbowego stałego równa jest zero.

Zadanie 2. Średnia miesięczna dochodów Pana Zbyszka z ostatniego kwartału wynosi 4114 złotych. Wiedząc, że mediana jest równa 3112 zł, wyznacz średni dochód z pozostałych dwóch miesięcy.

Zadanie 3. Z pewnego n-elementowego zbioru Ω tworzymy jego podzbiory. Ile elementów ma zbiór Ω, jeśli wiadomo, że podzbiorów, które zawierają co najwyżej dwa elementy jest 121?

Zadanie 4. Spośród liczb $1, 2, 3, \ldots, 2n-1, 2n$ losujemy ze zwracaniem dwa razy po jednej liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą należy do przedziału $\langle 1, 2 \rangle$.

Zadanie 5. Punkt obrony przeciwlotniczej dysponuje pięcioma rakietami, z których każda naprowadzana jest na cel niezależnie od pozostałych i każda zawsze trafia do tego celu. W zasięgu obrony przeciwlotniczej pojawiły się trzy nieprzyjacielskie samoloty. Oblicz prawdopodobieństwo, że wszystkie samoloty zostaną trafione.

Zadanie 6. W urnie znajduje się n kul, z których 6 jest czarnych. Ile co najwyżej może być kul w urnie, aby przy dwukrotnym losowaniu po jednej kuli:

a) bez zwrotu kuli do urny;

b) ze zwrotem kuli do urny;

prawdopodobieństwo dwukrotnego wylosowania kuli czarnej było większe od $\frac{1}{3}$?

Zadanie 7. Z liczb $-1, 0, 1, 2, 3$ losujemy bez zwracania współczynniki a, b, c funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

a) funkcja f jest malejąca w całym zbiorze $\mathbb{R}$.

b) funkcja f osiąga minimum oraz $f(0) = 2$.

Zadanie 8. W sześcianie o wierzchołkach $A_1, A_2, \ldots, A_8$ ponumerowano losowo krawędzie numerami od 1 do 12, przy czym uczyniono to w sposób losowy.

a) Czy możliwe jest takie ponumerowanie, by suma numerów krawędzi wychodzących z każdego wierzchołka była taka sama?

b) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że krawędzie o numerach 1, 2, 3 wychodzą z jednego wierzchołka.

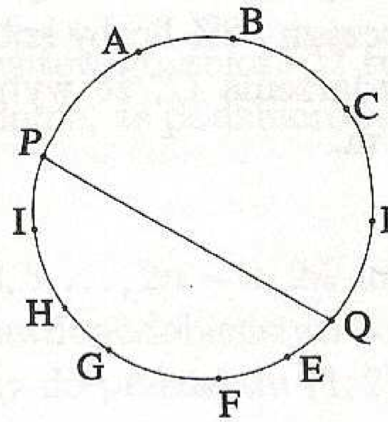
Zadanie 9. Wielokąt wypukły ma n wierzchołków, losowo wybieramy dwa z nich. Jakie musi być n, aby prawdopodobieństwo, że wylosowane wierzchołki wyznaczą przekątną wielokąta było równe $\frac{5}{7}$?

Zadanie 10. Wśród dziesięciu osób pięć zna język angielski, siedem język niemiecki i sześć osób zna język francuski, przy czym każda z osób zna przynajmniej jeden z tych języków. Oszacuj prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba zna trzy języki.

Zadanie 11. Na pewnej wyższej uczelni 70% ogółu studentów stanowią kobiety. Zauważono, że 35% liczby mężczyzn i 8% liczby kobiet ma wzrost powyżej 178 cm. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia C, że wybrana losowo z listy studentów osoba ma wzrost poniżej 1,78 m.

Zadanie 1. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy rzucie dwiema kostkami otrzymamy sumę oczek podzielną przez 4.

Zadanie 2. Spośród wszystkich cięciw łączących 9 punktów $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ losujemy jedną. Co jest bardziej prawdopodobne: wylosowana cięciwa przetnie cięciwę PQ, czy też nie przetnie?



Zadanie 3. Na jednej prostej dane są 4 różne punkty, na innej prostej, równoległej do niej, 6 różnych punktów. Ile istnieje:

a) trójkątów,

b) czworokątów,

których wierzchołkami są dane punkty?

Zadanie 4. W szufladzie biurka znajduje się 5 długopisów i jedno pióro.

a) Losujemy z szuflady dwa przedmioty. Czy wylosowanie pióra jest bardziej prawdopodobne od jego niewylosowania?

b) Losujemy z szuflady trzy przedmioty. Czy wylosowanie pióra jest bardziej prawdopodobne od jego niewylosowania?

Zadanie 5. Z pięciu prętów, których długości są odpowiednio równe: $1, 2, 3, 4, 5$ jednostek długości, wybieramy losowo trzy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że można z nich zbudować trójkąt prostokątny.

Zadanie 6. W wielokącie foremnym $\mathcal{K}$ losujemy dwa spośród jego wierzchołków. Prawdopodobieństwo tego, że łączący je odcinek nie jest bokiem wielokąta $\mathcal{K}$ jest równe $\frac{2}{3}$. Jaki to wielokąt?

Zadanie 7. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 11\}$ losujemy jednocześnie trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej jednej liczby parzystej.

Zadanie 8. Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + a$. Liczbę a wybieramy losowo ze zbioru $\{-2, 0, 1, 3, 4\}$. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takiej liczby, że funkcja:

a) będzie miała jedno miejsce zerowe.

b) przyjmuje wartości nieujemne dla wszystkich argumentów $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 9. W szafie jest jedna biała koszula, 3 niebieskie i n czerwonych. Losowo wybieramy z szafy dwie koszule. Ile powinno być koszul czerwonych, aby prawdopodobieństwo wylosowania koszul różnokolorowych wynosiło $\frac{5}{7}$?

Zadanie 10. Niech n będzie liczbą naturalną większą od 1. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \ldots, 2n+1\}$ losujemy dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

a) iloczyn wylosowanych liczb będzie liczbą parzystą;

b) suma wylosowanych liczb będzie większa od $2n + 1$.

Zadanie 11. Wykaż, że jeśli $P(A) = 0,5$ oraz $P(B) = 0,7$, to $P(A \cap B) \geq 0,2$.